

$$E(x_c, y_c, z_c) = \frac{1}{\lambda} \frac{e^{ikz_c}}{z_c - z_b} \iint dx_b dy_b \frac{1}{\lambda} \frac{e^{ikz_b}}{z_b - z_a} \iint dx_a dy_a E(x_a, y_a, z_a = 0) e^{ik \frac{(x_c - x_a)^2}{2z_c}} e^{ik \frac{(y_c - y_a)^2}{2z_c}} e^{ik \frac{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}{2z_b}} e^{ik \frac{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2}{2(z_c - z_b)}} = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{ikz_c}}{z_c - z_b} \iint dx_a dy_a E(x_a, y_a, z_a = 0) \frac{1}{\lambda} \frac{e^{ikz_b}}{z_b - z_a} \iint dx_b dy_b e^{ik \frac{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2}{2(z_c - z_b)}} = E(x_c, y_c, z_c) \quad \square$$

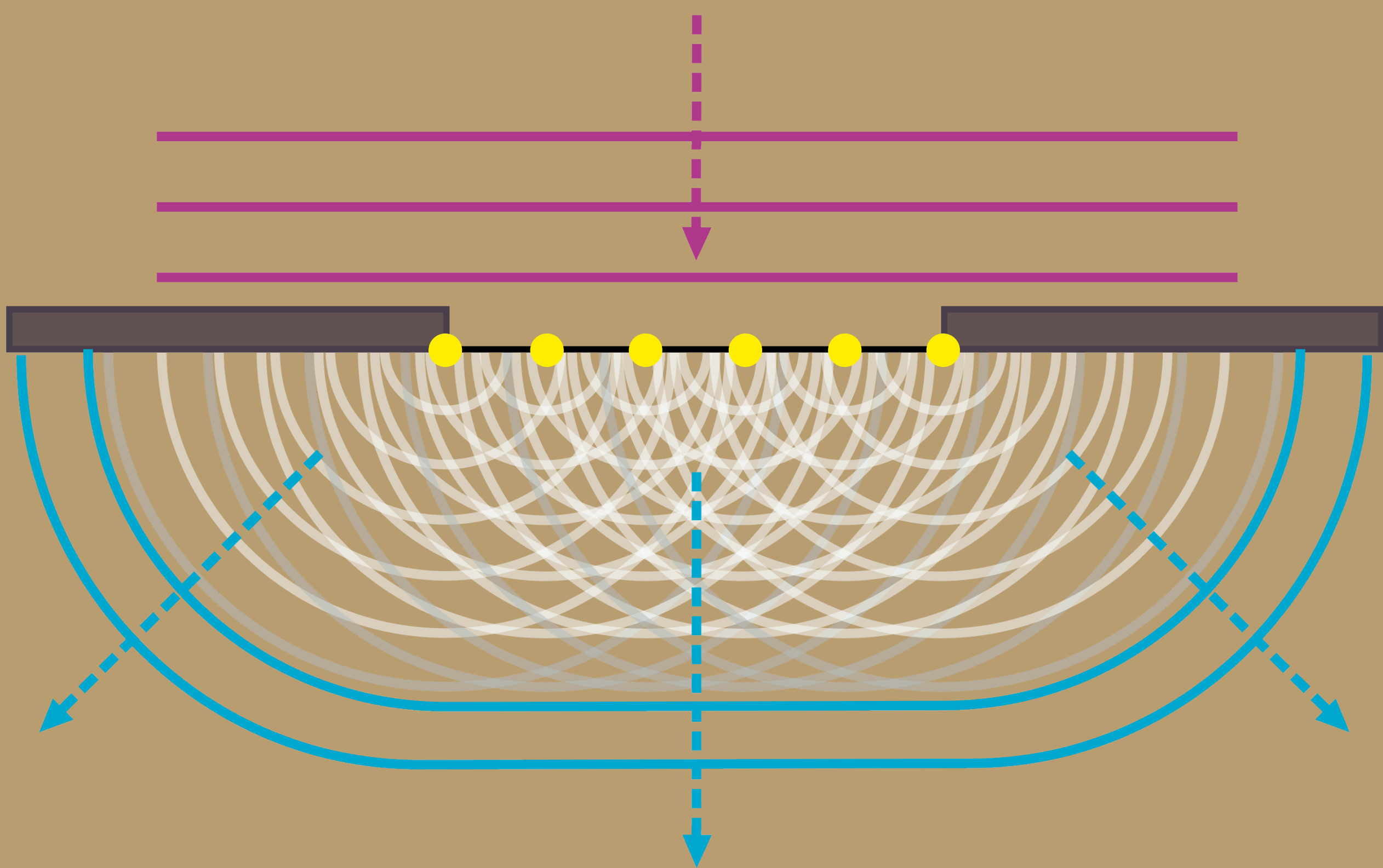
Le principe de Huygens-Fresnel

THÉORIE DE LA DIFFRACTION DE FRESNEL

Dans son mémoire, Fresnel a combiné la construction d'ondelettes secondaires de Huygens avec le principe d'interférence décrit par Young dans un cadre mathématique complet qui décrit la propagation de la lumière à travers une ouverture optique. **En 1870, Kirchhoff reformule la théorie de la diffraction de Fresnel dans un cadre plus large.** Maxwell étant passé par là, Kirchhoff exprime l'amplitude lumineuse en fonction du champ électrique, et montre que, lorsqu'on se place dans une situation telle que les approximations de Fresnel sont valides (ce que l'on appellerait aujourd'hui le régime de diffraction en champ proche), l'amplitude lumineuse dans le plan transverse orthogonal à la direction de propagation de la lumière à une distance du plan source se calcule en additionnant les ondes issues du plan source.

PRINCIPE DE HUYGENS

Cette formulation est fidèle au principe de Huygens selon lequel la propagation d'ondes sphériques issues d'une source ponctuelle s'explique comme une propagation de proche en proche obéissant au schéma suivant : **lorsque l'onde arrive en un point, elle le met en vibration de telle sorte qu'en ce point une nouvelle onde sphérique est générée.** En sommant les ondes issues des points appartenant à une surface sphérique centrée au point source initial (S) on recrée une onde sphérique, qui elle-même génère une autre onde sphérique un peu plus loin, et ainsi de suite...



Diffraction d'onde selon le modèle d'Huygens

La démonstration de Huygens est géométrique (le dessin tient lieu de preuve). Comme l'a noté Kirchhoff, qui a introduit le vocable « principe de Huygens-Fresnel » en l'honneur de Fresnel, **la théorie de la diffraction de Fresnel permet de démontrer par le calcul le principe de Huygens.**

En particulier on montre que l'onde générée en C directement depuis A

$$E(x_c, y_c, z_c) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{ikz_c}}{z_c} \int dx_a \int dy_a E(x_a, y_a, z_a = 0) e^{ik \frac{(x_c - x_a)^2}{2z_c}} e^{ik \frac{(y_c - y_a)^2}{2z_c}}$$

est égale à l'onde générée depuis B

$$E(x_c, y_c, z_c) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{ik(z_c - z_b)}}{z_c - z_b} \int dx_b \int dy_b E(x_b, y_b, z_b) e^{ik \frac{(x_c - x_b)^2}{2(z_c - z_b)}} e^{ik \frac{(y_c - y_b)^2}{2(z_c - z_b)}}$$

qui, elle-même a été directement générée depuis A.

$$E(x_b, y_b, z_b) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{ikz_b}}{z_b} \int dx_a \int dy_a E(x_a, y_a, z_a = 0) e^{ik \frac{(x_b - x_a)^2}{2z_b}} e^{ik \frac{(y_b - y_a)^2}{2z_b}}$$

APPLICATIONS : IMAGES 2-D ET HOLOGRAMMES

Le principe de Huygens-Fresnel explique pourquoi lorsque l'on regarde à travers une vitre propre on voit la même chose qu'en l'absence de vitre : au niveau de la vitre le champ lumineux est recréé à l'identique.

Lorsque l'on simule le champ lumineux sur une surface en reproduisant seulement les intensités (TV, photo, peinture, dessin...) il manque l'information de phase. **Celle-ci est fournie dans le cas d'un hologramme qui, bien qu'il soit plan, simule relief et profondeur** en vertu du principe de Huygens-Fresnel.

